

## Simulation numérique bidimensionnelle d'un écoulement turbulent stratifié autour d'un obstacle

## Numerical simulation of a stratified two-dimensional turbulent flow around an obstacle

Mourad Bouterre<sup>a</sup>, Afif El Cafsi<sup>a,\*</sup>, Ali Hatem Laatar<sup>b</sup>, Ali Belghith<sup>a</sup>, Patric Le Quéré<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Faculté des Sciences de Tunis, Département de Physique, Campus Universitaire 1060 Tunis, Tunisie

<sup>b</sup> Faculté des Sciences de Bizerte, Département de Physique, Jarzouna 7021 Bizerte, Tunisie

<sup>c</sup> LIMSI-CNRS B.P. 133-91 403 Orsay cedex, France

Reçu le 24 août 2000; accepté le 27 avril 2001

### Résumé

On étudie, par simulation des grosses structures, un écoulement turbulent stratifié autour d'un obstacle. L'étude dynamique relative à la formation des structures tourbillonnaires cohérentes a permis de déterminer l'allure de l'écoulement et de préciser ses principales caractéristiques (couche cisaiée, recirculation et recollement). En présence d'une discontinuité de température (stratification stable), l'écoulement est instable en aval de l'obstacle. On note la présence des appariements caractérisant les interactions entre la couche cisaiée et la zone de recirculation. Ces phénomènes s'expliquent par le forçage induit par la recirculation. L'écoulement devient de plus en plus organisé lorsqu'on augmente l'intensité de stratification. On montre le blocage de la couche cisaiée par inhibition du processus d'appariements et la perte de l'intensité des instabilités de Kelvin–Helmholtz. Un intérêt particulier a été réservé au développement des instabilités de type barocline. Ces instabilités provenant des gradients horizontaux de température sont transportées par l'écoulement moyen sur une couche de mélange entre les couches chaude et froide. On note la propagation des ondes de gravité sur cette couche. Ce mécanisme assure une homogénéisation du champ de température et contribue à la propriété de mélange turbulent à petite échelle. La dynamique de l'écoulement stratifié en aval de l'obstacle est tout à fait similaire à la couche de mélange libre stratifiée. © 2002 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. All rights reserved.

### Abstract

Large Eddy Simulation (L.E.S.) approach of Navier–Stokes equations within the Boussinesq approximation are carried out in order to study in two dimensional and time dependent, the turbulent flow around an obstacle. The relative dynamic study to the formation of coherent structures provides informations about the pace of the flow and specify its principal features (shear layer, recirculation and reattachment).

In presence of temperature discontinuity (stable stratification), the flow in downstream of the obstacle is unstable. Moreover, we note the presence of pairing process thin of Kelvin–Helmholtz instabilities. In fact, we have shown that forcing injected by recirculation fluctuations governs this instabilities development.

We point out that with increasing stratification the vortex pairing is inhibited, as well as the shear layer growth, and the development of gravity waves. A particular interest has been reserved to the development of baroclinic instability. This important mechanism, coming from the horizontal density gradients, insures a homogenization of the temperature field and constitutes an additional part of the turbulent mixing process.

Eddy structures of the flow present striking analogies with the stratified mixing process. © 2002 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. All rights reserved.

**Mots-clés :** Simulation des grosses structures ; Turbulence ; Stratification ; Modèle de sous-maille ; Obstacle

**Keywords:** Large eddy simulation; Turbulence; Stratification; Mixed subgrid-scale model; Obstacle

\* Correspondance et tirés à part.

Adresses e-mail : mourad.bouterre@fst.rnu.tn (M. Bouterre), afif.elcafsi@fst.rnu.tn (A. El Cafsi), laatar.hatem@fsb.rnu.tn (A.H. Laatar), mourad.bouterre@fst.rnu.tn (A. Belghith), plq@limsi.fr (P. Le Quéré).

## Nomenclature

<i>g</i>	accélération de la pesanteur .....	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
<i>h</i>	hauteur de l'obstacle .....	$\text{m}$
<i>H</i>	hauteur du domaine .....	$\text{m}$
<i>l</i>	longueur du l'obstacle .....	$\text{m}$
<i>L</i>	longueur du domaine .....	$\text{m}$
<i>P</i>	pression modifiée .....	Ra
<i>Pr</i>	nombre de Prandtl	
<i>R</i>	rapport de forme du domaine	
<i>r</i>	rapport de forme de l'obstacle	
<i>Re</i>	nombre de Reynolds	
<i>Ra</i>	nombre de Rayleigh	
<i>Ri</i>	nombre de Richardson	
<i>t</i>	temps .....	$\text{s}$
<i>T</i>	température .....	K

<i>T</i> <sub>0</sub>	température de référence .....	K
<i>V</i> <sub>0</sub>	vitesse maximale à l'entrée du domaine	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
<i>x</i>	abscisse .....	$\text{m}$
<i>z</i>	ordonnée .....	$\text{m}$
<i>Lettres grecques</i>		
$\beta$	coefficient de dilatation thermique .....	$\text{K}^{-1}$
$\kappa$	diffusivité thermique .....	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$\nu$	viscosité cinématique .....	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$\nu_t$	viscosité turbulente .....	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$\rho$	masse volumique .....	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
$\rho_0$	masse volumique de l'air .....	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
$\sigma_c$	nombre de Prandtl turbulent	
$\omega$	rotation instantanées <sup>-1</sup>	

## 1. Introduction

En milieu environnemental et en particulier urbain, apparaissent des écoulements plus ou moins complexes. Autour d'un obstacle, l'écoulement est caractérisé par la présence d'instabilités ; la connaissance de leur dynamique est importante tant pour la recherche fondamentale que pour des applications industrielles. Parfois, on peut chercher à activer la création de ces instabilités, ou au contraire, à les supprimer. Il est clair que ces instabilités peuvent coexister avec la turbulence pleinement développée à petite échelle, et jouer ainsi un rôle très important dans les processus de transport de quantité de mouvement, de masse et de chaleur [1].

Les écoulements autour d'un obstacle ont fait l'objet de nombreuses études numériques et expérimentales. Tropea et Gackstatter [2] ont effectué des mesures par Vélocimétrie Laser Doppler pour déterminer les dimensions des zones de recirculation au voisinage d'un obstacle. Hanson et al. [3] ont résolu les équations de Navier–Stokes stationnaires pour simuler l'écoulement d'air autour de bâtiments. Les études en soufflerie de Kothair et al. [4] ont montré que les structures tourbillonnaires développées dans les cavités des bâtiments, pour un écoulement neutre, disparaissent plus rapidement que dans le cas d'un écoulement stable et stratifié. Mentionnons dans le même contexte, l'étude de Silveira [1] sur l'écoulement stratifié en aval d'une marche, par simulation numérique directe. L'auteur observe une laminarisation de l'écoulement au fur et à mesure que l'intensité de stratification augmente et que la recirculation est inhibée par la stratification stable. Il remarque aussi que les structures cohérentes sont transportées par l'écoulement moyen sur une thermocline entre les deux couches chaude et froide et font apparaître des ondes de gravité.

Dans la continuité de ce travail, Benoît [5,6], moyennant un modèle type LES, a étudié les effets des petites structures,

qu'il a résolus par un modèle de sous maille de type fonction de structure. Ce modèle est basé sur une fonction de structure locale d'ordre deux en vitesse et tient compte des inhomogénéités spatiales. Benoît améliore les résultats de Silveira [1,7] et confirme les prédictions de Staquet et Riley [8,9] sur la couche de mélange temporelle. Zhang et al. [10], moyennant un modèle  $\kappa-\varepsilon$ , ont étudié l'écoulement stratifié autour d'un obstacle. Ils ont mis en évidence les limitations des effets gravitaires et, par conséquent, l'existence d'un seuil (transition) à partir duquel les effets gravitaires dominent les effets visqueux.

L'écoulement en aval de l'obstacle, par le développement de sa couche cisailée, peut s'apparenter à la couche de mélange libre. Sur cette configuration d'écoulement, la dynamique des structures cohérentes en présence de stratification a été largement étudiée. Signalons, à titre d'exemple, les expériences de Thorpe [11], relatives au caractère turbulent des ondes interfaciales sur une couche de mélange générée dans un tube fermé et incliné, contenant deux fluides stratifiés non miscibles. L'étude expérimentale la plus complète est décrite par Koop et Browand [12]. Ces auteurs ont étudié, pour différentes intensités de stratification, les étapes du développement de la couche de mélange stratifiée. Les structures turbulentes ont été visualisées par injection de colorant.

Numériquement, on retiendra les travaux de Staquet [8,9] sur la couche de mélange temporelle. L'auteur montre par simulation numérique directe l'organisation de l'écoulement en de fines couches quasi-horizontales, de vorticité transverse.

On se propose dans ce papier d'appliquer une approche numérique basée sur la technique de Simulation des Grosses Structures L.E.S. en vue de prédire la dynamique de l'écoulement de l'air autour d'un obstacle en régime turbulent instationnaire et en présence d'un gradient de température. L'objectif est d'étudier l'impact d'une stratification thermique croissante sur le développement des structures

turbulentes et d'extraire les modes d'instabilité dominants, ou inhibés par les forces de rappel de flottaison.

## 2. Configuration géométrique et conditions aux limites

Le domaine d'étude est rectangulaire et caractérisé par son rapport de forme  $R = L/H$  où  $L$  et  $H$  sont respectivement la longueur et la hauteur du domaine. Quant à l'obstacle, il est de section carrée et caractérisé par le rapport de forme  $r = l/h$  (Fig. 1).

A l'entrée du domaine, nous imposons un profil de type couche limite atmosphérique de la forme :

$$U(z) = 1.92(z/10)^{0.25} \quad \text{pour } 0 \leq z \leq 0.75$$

$$U(z) = 1 \quad \text{pour } 0.75 \leq z \leq 1$$

Ce profil est semblable à celui utilisé par Qin et Kot [13].

A la sortie du domaine, nous imposons des conditions aux limites de type advectif :

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

Le long des parois solides et sur la limite inférieure du domaine, nous appliquons la condition d'adhérence :

$$U = V = 0$$

La limite supérieure du domaine est caractérisé par la condition :

$$\frac{\partial U}{\partial z} = V = 0$$

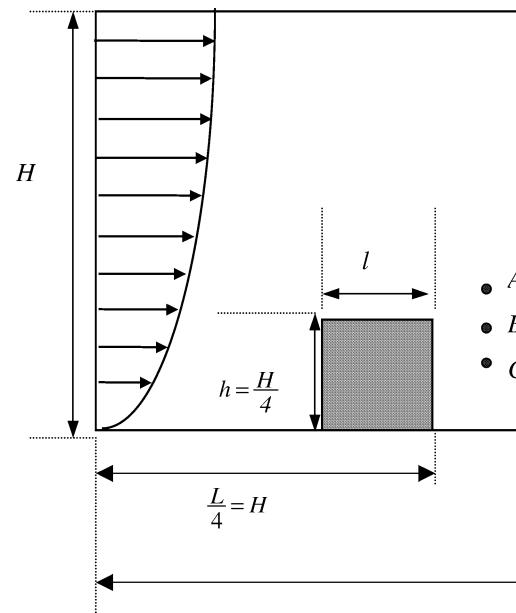


Fig. 1. Domaine d'étude.

Fig. 1. Computational domain.

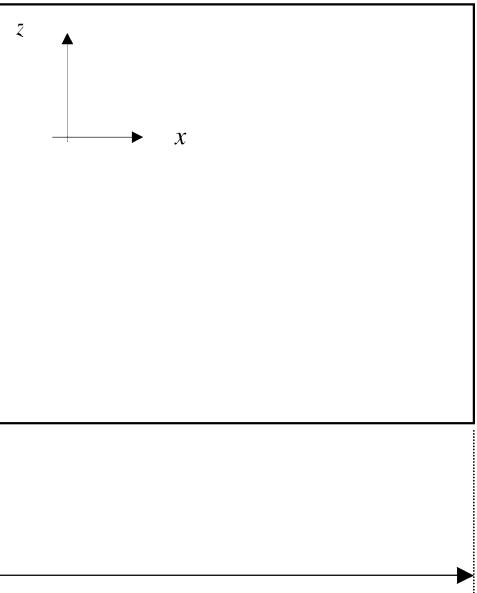
## 3. Méthode de résolution numérique

### 3.1. Méthodologie

Les écoulements autour d'obstacles sont de nature très complexe [14]. La dynamique de ces écoulements est principalement gouvernée par les mouvements turbulents faisant intervenir une très grande variété d'échelles spatiales. Cela exclut toute approche de type simulation directe de la turbulence, qui nécessiterait un nombre de points de maillage beaucoup trop important pour représenter les structures existantes. La majorité des approches actuelles repose sur la résolution d'équations de transport de quantités moyennes dans le temps, qui font intervenir des modèles liés à la configuration géométrique. Ces modèles ne sont pas valables pour des phénomènes fortement instationnaires. Une approche intermédiaire appelée Simulation des Grosses Structures (Large Eddy Simulation, LES) a été mise en œuvre. Murakami et al. [15], en se basant sur les résultats d'expériences en soufflerie, ont constaté que l'approche LES est plus performante que les modèles de moyenne temporelle de Reynolds, pour simuler la structure turbulente autour d'un obstacle. Cette approche consiste à laisser l'algorithme prédir les structures tourbillonnaires les plus grosses, dont on sait qu'elles sont porteuses de la majeure partie de l'énergie cinétique de la turbulence, et à ne modéliser que les petites échelles inaccessibles à la discrétisation numérique (échelles plus petites que la taille de la maille de calcul).

### 3.2. Technique de résolution

L'intégration des équations est faite par la méthode des volumes finis sur des grilles régulières et décalées. Les



grandeur scalaires (température, pression, viscosité) sont localisées au centre de la cellule. Les composantes de la vitesse sont définies au centre des faces orthogonales à chacun des axes. La résolution des équations est alors réalisée par la méthode de projection [16,17]. L'idée originale de l'algorithme consiste à décomposer chaque étape de marche en temps, en sous pas intermédiaires, pour découpler les effets de la diffusion visqueuse de ceux de l'incompressibilité. La conséquence étant qu'à chaque pas de temps, une équation de Stokes généralisée, difficile à inverser pratiquement, est remplacée par une séquence de deux sous problèmes a priori plus simples. Le premier sous problème est résolu par une méthode directe tandis que le second est résolu par la méthode des multigrilles linéaires. Un schéma temporel en différences finies, d'ordre deux, de type Adams–Bashforth est utilisé pour l'avancement en temps. Il consiste à traiter explicitement les termes convectifs (non linéaires) et implicitement les termes diffusifs dans les équations de transport diffusion.

### 3.3. Modèle de sous maille

Le premier modèle de sous maille a été proposé par Smagorinsky [18]. Ce modèle présente plusieurs inconvénients (voir Zhang [10]). Pour éviter ces inconvénients, Germano et al. [19] ont proposé le modèle dynamique, modifié plus tard par Lilly [20]. Les paramètres de ce modèle ne sont plus constants mais varient en temps et en espace. Les modèles dynamiques mixtes constituent une amélioration des modèles dynamiques. Zang [21] a utilisé ce type de modèles pour un écoulement de transition. Najjar et Tafti [22] ont aussi utilisé un modèle dynamique mixte pour une approche LES à filtre discret.

Dans cette étude, nous allons utiliser un modèle dynamique mixte, ralliant les avantages du modèle de Smagorinsky et du modèle dynamique. La viscosité turbulente de ce modèle est donnée par :

$$\nu_t = \nu_s^\alpha \nu_d^{1-\alpha} \quad \text{où } \nu_s = c_s \Delta^2 |\bar{S}|$$

et

$$\nu_d = c_d \Delta \sqrt{q_c}, \quad \nu_s \text{ et } \nu_d$$

sont respectivement les viscosités turbulentes du modèle de Smagorinsky et du modèle dynamique.  $c_s$  et  $c_d$  sont les paramètres du modèle,  $\Delta$  est la largeur du filtre et  $|\bar{S}| = (\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{1/2}$  est le module du tenseur des contraintes

$$\bar{S}_{ij} = 0.5 \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{et} \quad q_c = 0.5 (\bar{U}_i)' (\bar{U}_i)'$$

est l'énergie cinétique turbulente. On retrouve le modèle de Smagorinsky pour  $\alpha = 0$  et le modèle dynamique pour  $\alpha = 1$ . A la suite d'une étude comparative entre différents modèles de sous-maille, on a retenu le modèle dynamique mixte ( $\alpha = 0.5$ ) pour ses résultats très proches de ceux de la simulation directe. Il est à remarquer, que les solutions retenues pour les comparaisons, sont obtenues lorsque le régime asymptotique est atteint.

### 3.4. Formulation mathématique

Les équations de mouvement pour l'approche L.E.S. sont obtenues par l'application d'un filtre aux équations de Navier–Stokes et à l'équation de l'énergie. En introduisant les grandeurs sans dimensions qui dépendent du mode de transfert dominant (convection), on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0 \\ \frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (U_i U_j) \\ \quad = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{Re} (1 + \nu_t) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \\ \quad + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{Re} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + Ri T \delta_{i,j} \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (U_j T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{Pr} \left( \frac{1}{Pr} + \frac{\nu_t}{\sigma_c} \right) \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \end{cases} .$$

avec :

$$Re = \frac{V_0 H}{\nu} \quad \text{Nombre de Reynolds}$$

$$Ri = \frac{Ra}{Re^2 \cdot Pr} \quad \text{Nombre de Richardson}$$

$$Ra = \frac{g \beta \Delta T H^3}{\nu \kappa} \quad \text{Nombre de Rayleigh}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa} \quad \text{Nombre de Prandtl}$$

$\sigma_c$  le nombre de Prandtl turbulent pris égal à 1

$\nu_t$  la viscosité turbulente du modèle dynamique mixte

Ces équations ont été adimensionnées à l'aide des grandeurs caractéristiques suivantes :  $V_0$  (vitesse maximale à l'entrée du domaine),  $H$  (hauteur du domaine),  $H/V_0$  (temps caractéristique) et  $\Delta T$  (écart de température =  $T_c - T_f$ ).

## 4. Résultats et discussion

La résolution des équations de Navier–Stokes et de l'équation de l'énergie pour un écoulement turbulent bidimensionnel instationnaire et incompressible a été faite en utilisant un maillage de  $66 \times 66$  points, un nombre de Reynolds  $Re = 10^6$ , un pas de temps  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-3}$  s et un rapport de forme  $R = L/H = 4$ . Avec ce rapport de forme on peut faire la similarité avec la couche de mélange libre.

### 4.1. Écoulements isothermes

La simulation de l'écoulement sur un intervalle de temps suffisamment grand ( $t = 600$ ) permet de s'assurer que le régime asymptotique est atteint.

La Fig. 1 représente également la position par rapport à l'obstacle des différents points pour lesquels ont été tracées

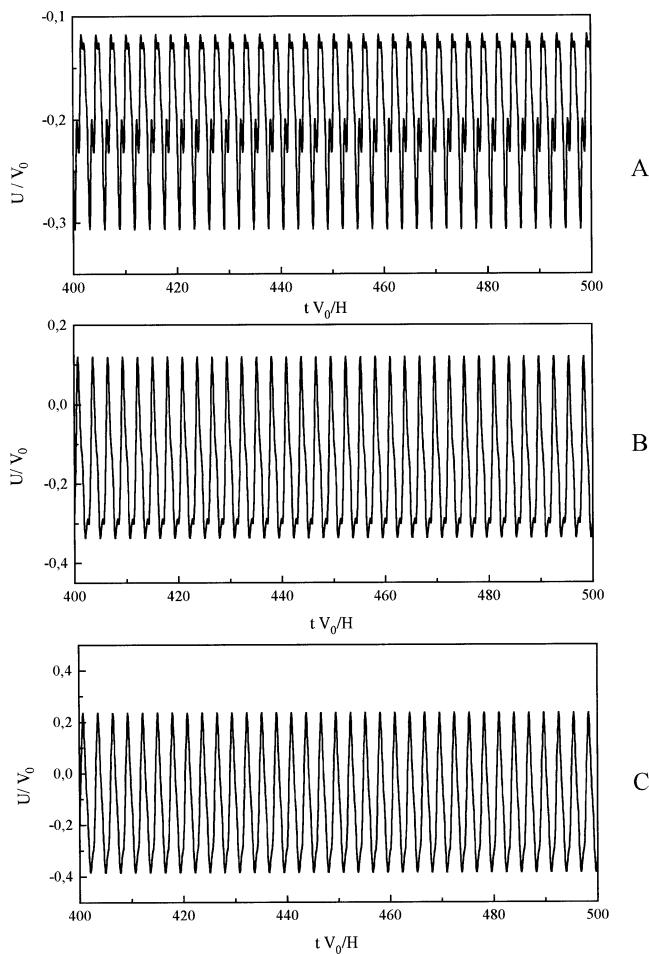


Fig. 2. Evolution temporelle des vitesses longitudinales aux points *A*, *B* et *C*.

Fig. 2. Temporal evolution of the longitudinal velocity component in points *A*, *B* and *C*.

les courbes d'évolution temporelle des vitesses longitudinale et transversale.

Sur les Figs. 2 et 3, on a représenté les variations temporelles des composantes longitudinale et transversale de la vitesse en trois points : le point *A* dans la couche cisaillée, le point *B* dans la surface de séparation et le point *C* dans la zone de recirculation. Les courbes évoluent de manière sinusoïdale autour des valeurs moyennes en ces points, en changeant périodiquement de signe. Ce qui traduit un changement périodique de la direction du vecteur vitesse. Ces trois zones sont le siège de mouvements tourbillonnaires.

L'analyse spectrale de l'évolution temporelle de la vitesse transversale au point *B*, est présentée sur la Fig. 4. Le spectre fait apparaître une fréquence prédominante de l'ordre de 0,35 Hz qui correspond à la fréquence de détachement des tourbillons.

La Fig. 5 représente le champ de vorticité. On constate le décollement de la couche cisaillée provoquant l'apparition d'un tourbillon. Il est intéressant de remarquer la tendance à l'organisation en structures allongées. La structure de

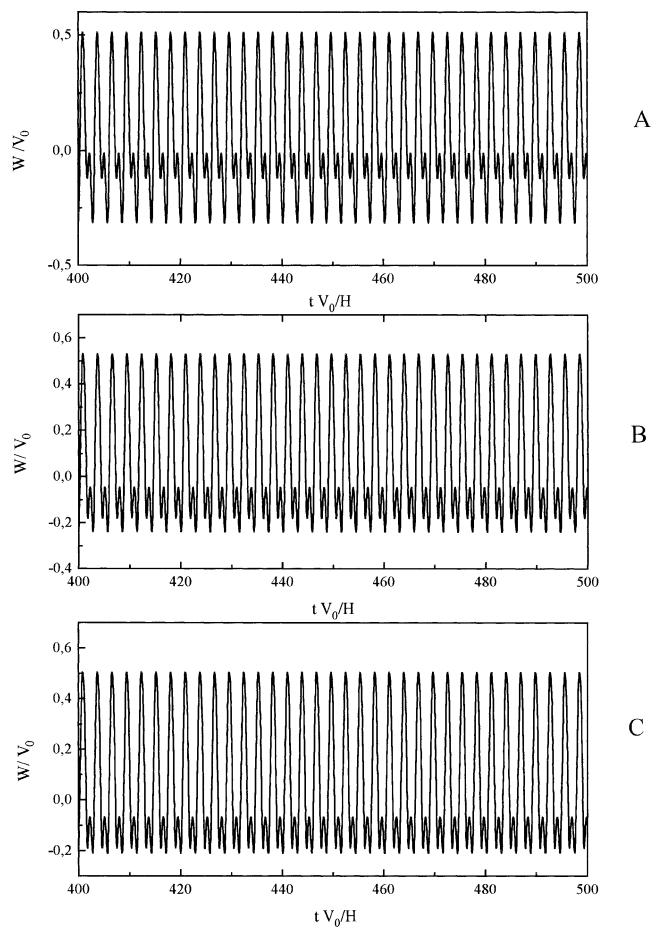
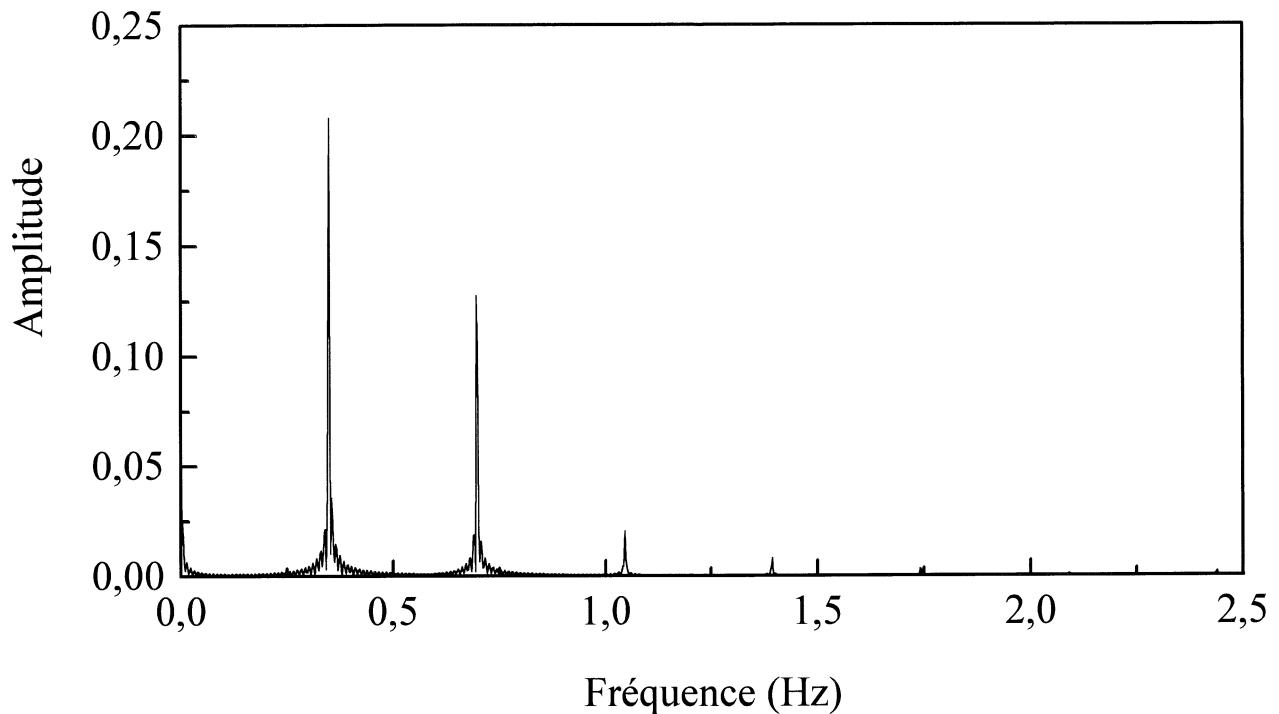
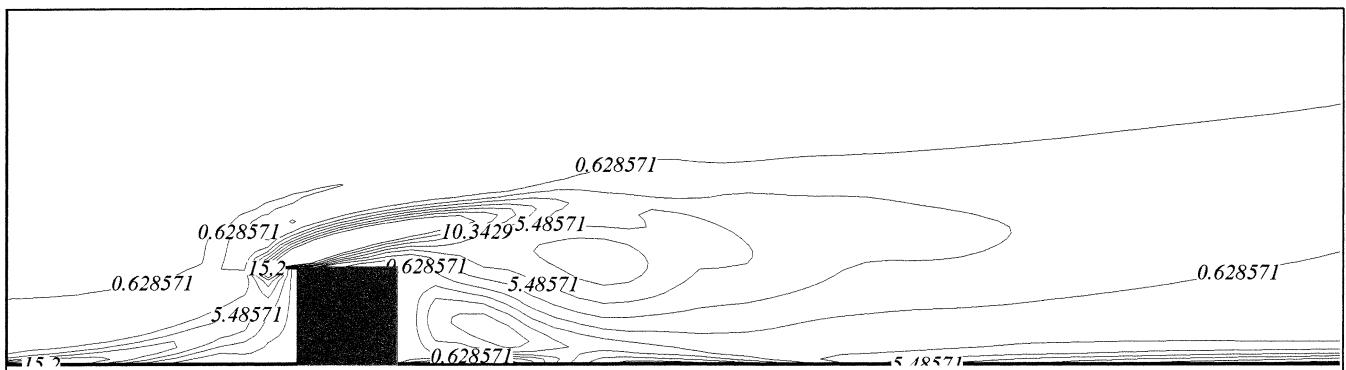
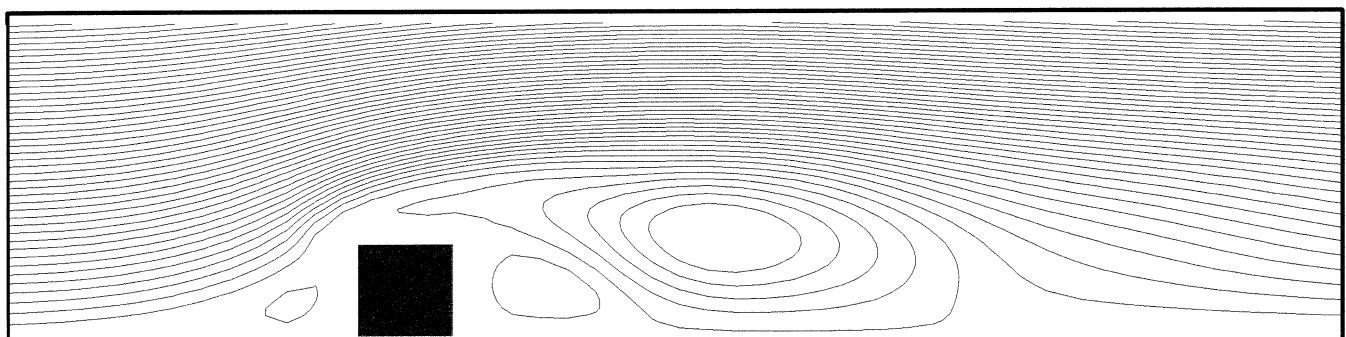


Fig. 3. Evolution temporelle des vitesses transversales aux points *A*, *B* et *C*.  
Fig. 3. Temporal evolution of the transversal velocity component in points *A*, *B* and *C*.

sillage en aval de l'obstacle révèle l'existence d'une allée tourbillonnaire composée de structures contra-rotatives, et ce conformément aux résultats expérimentaux et numériques déjà existants.

Les lignes de courant sont représentées par la Fig. 6. Ces lignes contournent l'obstacle et épousent sa géométrie en limitant trois zones caractéristiques de l'écoulement : les zones de stagnation, de séparation et de recirculation. La zone de stagnation en amont de l'obstacle est de faible intensité. La zone de séparation au dessus de l'obstacle, de faible épaisseur, est dominée par de forts cisaillements sans présenter de recollement comme cela a été observée par Manhart et Wengle [23], ainsi que par Zhang [24]. La couche de mélange formée en aval de l'obstacle, est caractérisée par deux structures tourbillonnaires contrarotatives. La première, de faible taille, est piégée entre la paroi sous le vent et le sol. La seconde structure, de forme allongée et de taille plus importante est derrière la paroi sous le vent. Ces résultats confirment les travaux expérimentaux de Eaton et Johnston [25,26]. Rappelons que Kim et al. [27] ont mis en évidence la présence d'instabilités au niveau de la région de rattachement de la couche limite.

Fig. 4. Le spectre de vitesse transversale au point *B*.Fig. 4. The spectrum of the transversal velocity to point *B*.Fig. 5. Les isovaleurs du champ de vorticité pour  $R = 4$  et  $t = 600$ .Fig. 5. Isovalues of the vorticity field for  $R = 4$  and  $t = 600$ .Fig. 6. Les lignes de courant pour  $R = 4$  et  $t = 600$ .Fig. 6. Streamlines for  $R = 4$  and  $t = 600$ .

Nos simulations numériques donnent une longueur de rattachement  $X_R = 6,6h$  ( $h$  est la hauteur de l'obstacle) pour un rapport de forme  $R = 4$ . L'expérience d'Otugen [28] donne  $X_R = 6h$  pour le rapport de forme  $R = 2,5$ . L'écart entre les longueurs de rattachement peut s'expliquer par le fait que les deux configurations géométriques n'ont pas le même rapport de forme. En effet Otugen [28] a mis en évidence que l'augmentation du rapport de forme conduit à une réduction de l'intensité turbulente dans la couche cisailée entraînant ainsi une augmentation de la longueur de rattachement.

L'étude dynamique relative à la formation des structures tourbillonnaires cohérentes a permis de déterminer l'allure de l'écoulement et de préciser ses principales caractéristiques (couche cisailée, recirculation et recollement). Les résultats obtenus sont en bon accord avec les résultats expérimentaux [25,26]. La présence de ces instabilités donne une nouvelle perspective dans la description des écoulements turbulents.

#### 4.2. Écoulement stratifié

Les résultats présentés dans ce paragraphe sont relatifs à des configurations stratifiées. Le nombre de Reynolds est égal à  $Re = 10^6$ . L'introduction du nombre de Richardson global, basé sur la hauteur du domaine et la vitesse maximale en entrée  $V_0$ , permet de caractériser l'écoulement stratifié.

$$Ri_{\text{global}} = -\frac{\Delta\rho}{\rho} \frac{gH}{V_0^2}$$

Le nombre de Richardson sera fixé successivement aux valeurs suivantes 0, 1, 5 et 8.

En plus des conditions aux limites définies dans la première partie, nous imposons les conditions aux limites suivantes, caractérisant la stratification thermique (Fig. 7) :

- Profil de température discontinu stable en entrée (15% de fluide froid) ;
- Parois solides adiabatiques ;
- Condition de flux nul sur les limites du domaine  $\partial T/\partial n = 0$ .



Fig. 7. Procédure pour imposer la stratification thermique.

Fig. 7. Procedure for imposed the thermal stratification.

Initialement, le fluide est au repos et à la température uniforme de référence égale à la température froide.

Pour la configuration non stratifiée ( $Ri = 0$ , Fig. 8), nous constatons que l'écoulement est assez désorganisé. La zone de recirculation et la zone de rattachement en aval de l'obstacle montrent la présence des instabilités thermiques et des appariements. Les isovaleurs du champ de température et de vorticité montrent la quasitotalité du mélange dans tout le domaine. La structure de l'écoulement en aval de l'obstacle est similaire à une couche de mélange plane jusqu'à une distance de l'ordre de trois fois la hauteur de l'obstacle. A partir de cette distance, on retrouve les instabilités de Kelvin–Helmholtz ainsi que les phénomènes d'appariements induits par la recirculation (ce mécanisme différencie la couche de mélange formée de celle d'une couche de mélange plane).

Pour  $Ri = 1$  (Fig. 9), on observe la déstabilisation de la couche cisailée provoquée par une recirculation intense, qui réinjecte des fluctuations de vitesse basses fréquences. Ce phénomène explique la présence d'une dynamique identique au cas isotherme caractérisée par le développement d'instabilités de Kelvin–Helmholtz.

En observant la Fig. 10 relative au nombre de Richardson  $Ri = 5$ , on note que l'écoulement est organisé, la recirculation en aval de l'obstacle est plus stable. L'évolution des champs instantanés de température et de vorticité montrent la présence d'une zone de mélange bornée par des zones de fluide chaud en haut et de fluide froid en bas. Ce qui maintient la stratification. On remarque également l'inhibition du processus d'appariements et la perte d'intensité des instabilités. Les instabilités provenant des gradients horizontaux de température sont transportées par l'écoulement moyen sur cette couche de mélange. On observe la propagation des ondes de gravité. La stabilité de recirculation permet d'identifier l'écoulement stratifié à une couche de mélange libre.

Cette deuxième génération d'instabilités, assure un brassage supplémentaire (mélange turbulent à petite échelle) du champ de température. Les instabilités s'initient sous forme d'ondulation (onde de gravité) en forme de « V ». Ces instabilités ont été mises en évidence par Staquet [29], à partir d'une simulation numérique sur la couche de mélange temporelle. Plus récemment, Silveira [7] et Benoît [5,6] ont

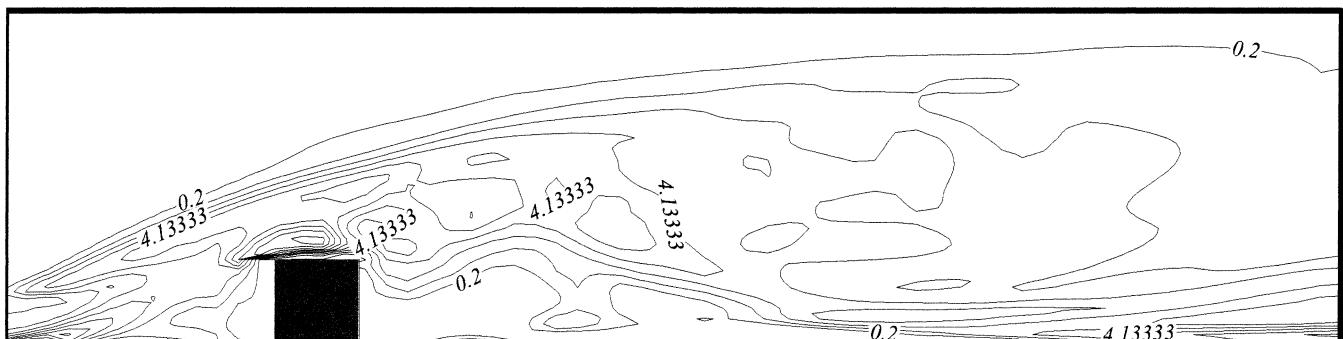
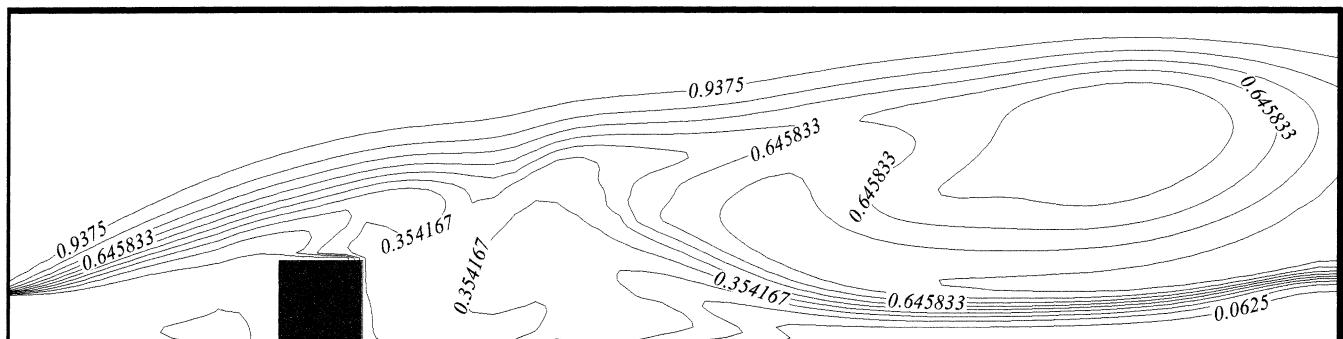


Fig. 8. Les isovaleurs du champ de température (en haut) et de vorticité (en bas) pour  $Ri = 0$ ,  $R = 4$  et  $t = 10$ .

Fig. 8. Isovalues of the temperature (in top) and vorticity (in bottom) fields for  $Ri = 0$ ,  $R = 4$  and  $t = 10$ .

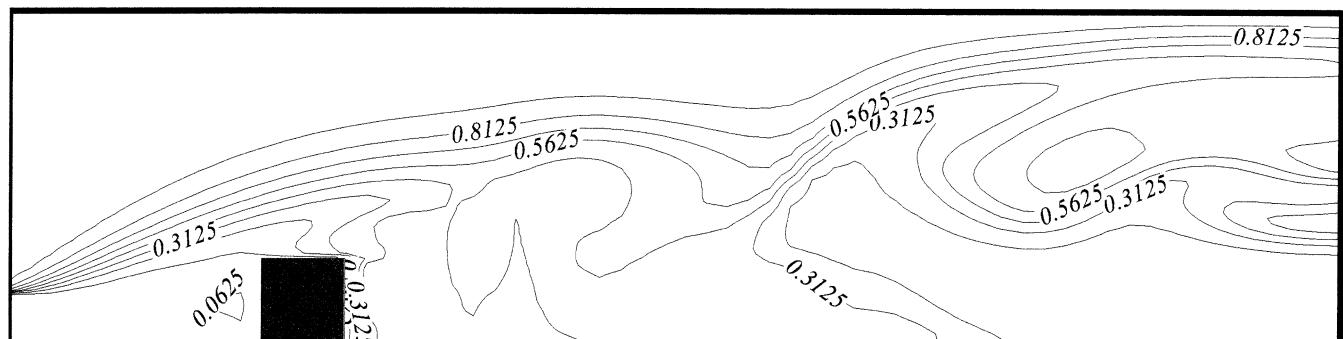
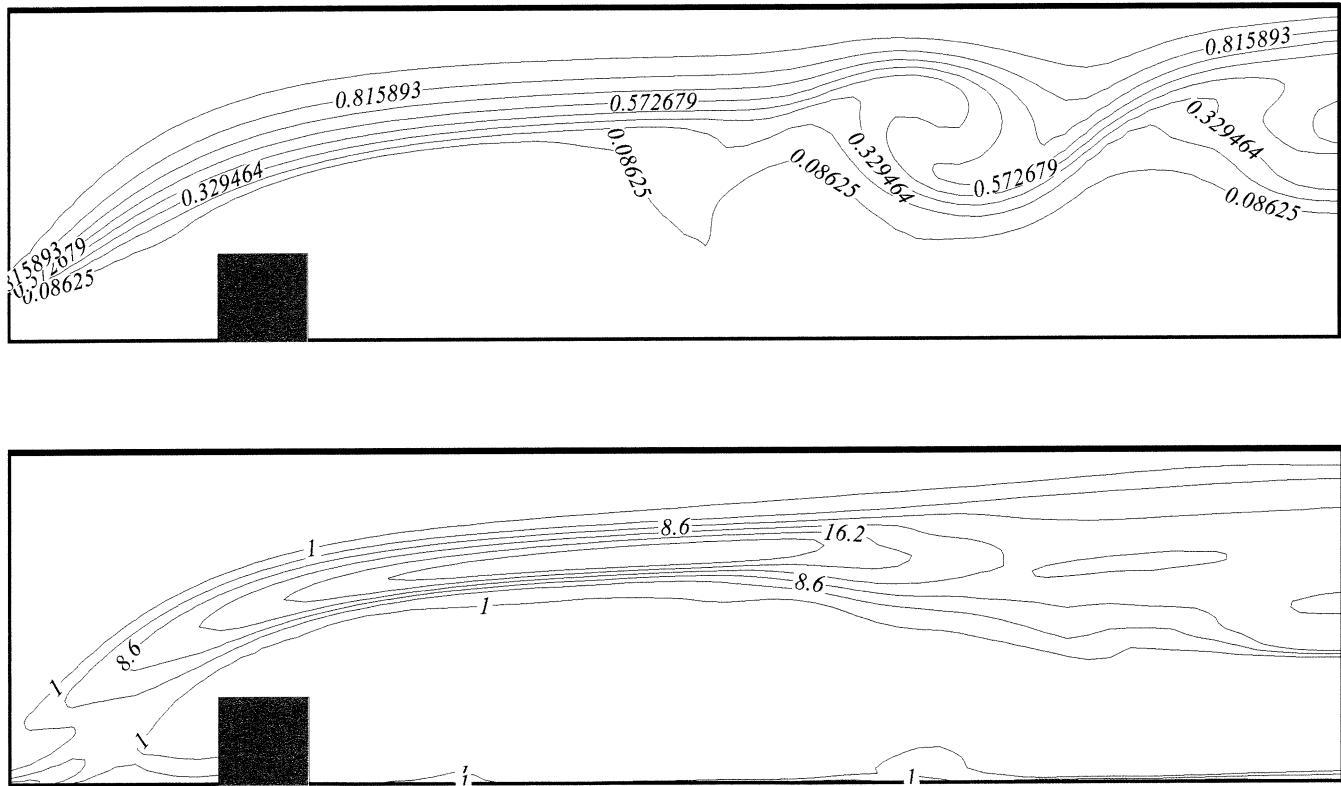


Fig. 9. Les isovaleurs du champ de température (en haut) et de vorticité (en bas) pour  $Ri = 1$ ,  $R = 4$  et  $t = 10$ .

Fig. 9. Isovalues of the temperature (in top) and vorticity (in bottom) fields for  $Ri = 1$ ,  $R = 4$  and  $t = 10$ .

Fig. 10. Les isovaleurs du champ de température (en haut) et de vorticité (en bas) pour  $Ri = 5$ ,  $R = 4$  et  $t = 10$ .Fig. 10. Isovalues of the temperature (in top) and vorticity (in bottom) fields for  $Ri = 5$ ,  $R = 4$  and  $t = 10$ .

également mis en évidence ce type de tourbillons à partir des simulations numériques de l'écoulement en aval d'une marche.

Pour  $Ri = 8$ , la Fig. 11 montre que les structures transportées sont plus aplatis et de faible taille que dans le cas précédent ( $Ri = 5$ ).

L'écoulement établi à  $t = 500$  (Fig. 12), présente une interface de densité stable. Toutes les instabilités (ondulation, Kelvin–Helmholtz) sont inhibées par la stratification stable. L'écoulement se laminarise et perd totalement la propriété de mélange due à la turbulence. On montre l'organisation de l'écoulement en de fines couches horizontales. Ces résultats sont en bon accord avec les travaux antérieurs [5,8,9].

L'évolution temporelle des vitesses longitudinale et transversale (Fig. 13) montre que les vitesses fluctuent autour d'une valeur moyenne. Ceci permet de montrer que le régime asymptotique est atteint et que la stratification est stable et permanente.

Expérimentalement, Castro et al. [30] ont étudié un écoulement stratifié sur des obstacles avec une géométrie différente de la nôtre mais ayant des caractéristiques semblables. L'écoulement est piégé juste en amont de l'obstacle, il possède un point de rattachement et une zone de recirculation. Cet écoulement est également instable, une laminarisation de l'écoulement a été observée au fur et à mesure que l'effet de stratification croît.

#### 4.3. Structure cohérentes et effet barocline

En configuration stratifiée, l'écoulement développe une dynamique bien marquée. L'interface de densité localisée entre deux structures, présente des gradients horizontaux de température suffisamment forts pour activer le couple barocline et développer des tourbillons de Kelvin–Helmholtz. Ces instabilités assurent localement un mélange turbulent du champ de température et contribuent ainsi au processus de mélange induit par les petites échelles.

Le couple barocline ( $\vec{\nabla} \rho \wedge \vec{\nabla} P$ ) est mis en évidence dans l'équation de vorticité, en prenant le rotationnel des équations de Navier–Stokes :

$$\frac{D(\vec{w}/\rho)}{Dt} = \frac{\vec{w}}{\rho^3} \cdot \vec{\nabla} u + \frac{1}{\rho^3} (\vec{\nabla} \rho \otimes \vec{\nabla} P) + \frac{\nu}{\rho} \vec{\nabla}^2 w$$

Ce vecteur barocline fait intervenir les gradients de densité. À l'inverse de la stratification stable, l'instabilité de type barocline (associée aux gradients horizontaux de température) contribue au processus de mélange turbulent (Fig. 10). En projetant l'équation précédente suivant l'axe transverse  $z$ , sous l'approximation de Boussinesq on obtient :

$$\frac{Dw_z}{Dt} = w_z \cdot \nabla u + \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \nu \nabla^2 w_z$$

On montre que les gradients horizontaux de densité modifient la vorticité transverse.

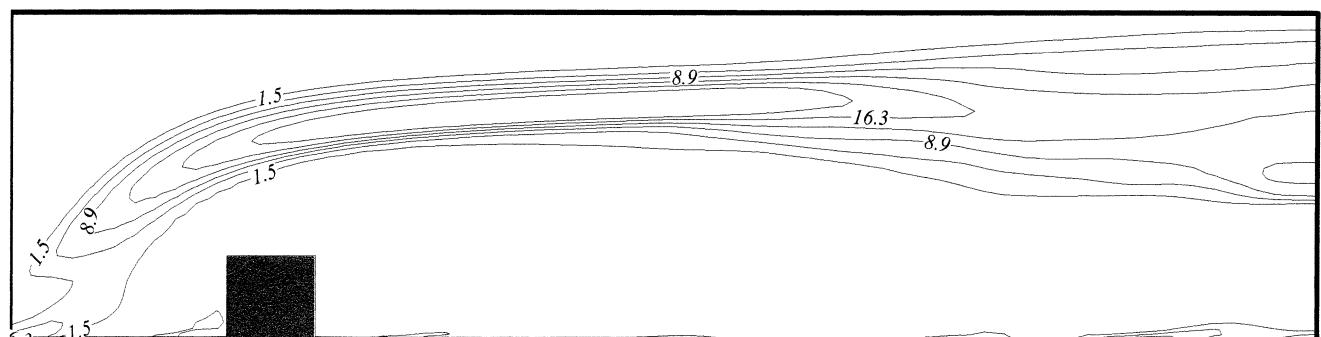
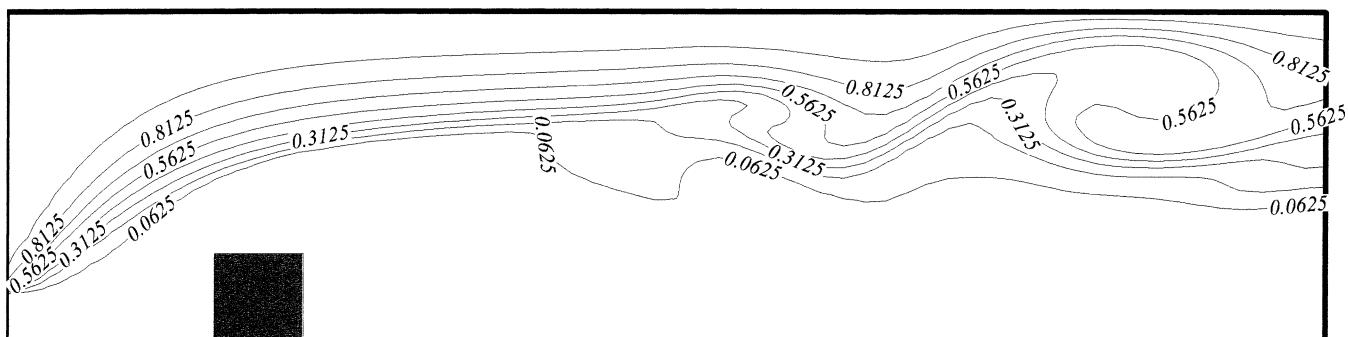


Fig. 11. Les isovaleurs du champ de température (en haut) et de vorticité (en bas) pour  $Ri = 8$ ,  $R = 4$  et  $t = 10$ .

Fig. 11. Isovalues of the temperature (in top) and vorticity (in bottom) fields for  $Ri = 8$ ,  $R = 4$  and  $t = 10$ .

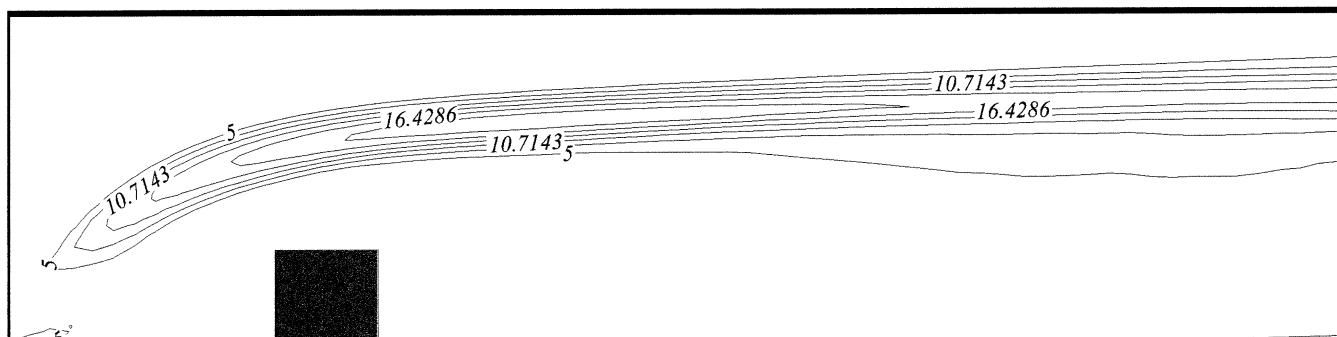
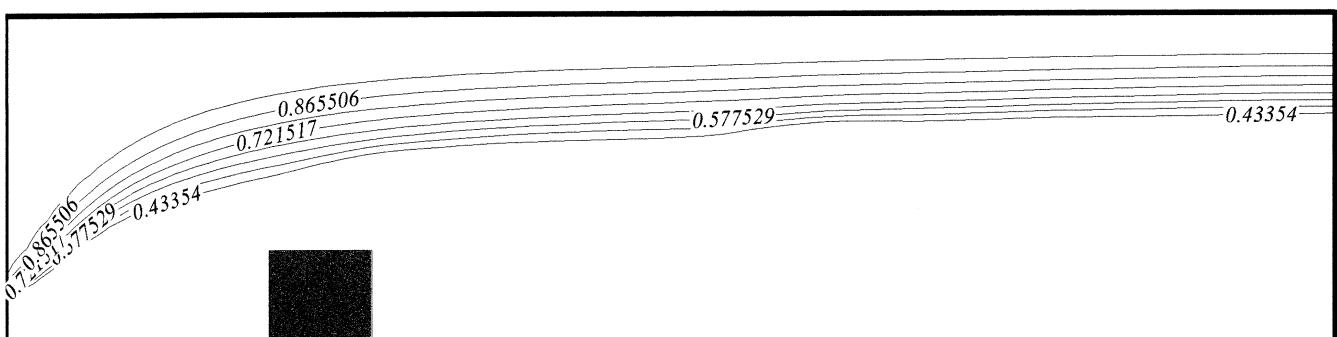


Fig. 12. Les isovaleurs du champ de température (en haut) et de vorticité (en bas) pour  $Ri = 8$ ,  $R = 4$  et  $t = 500$ .

Fig. 12. Isovalues of the temperature (in top) and vorticity (in bottom) fields for  $Ri = 8$ ,  $R = 4$  and  $t = 500$ .

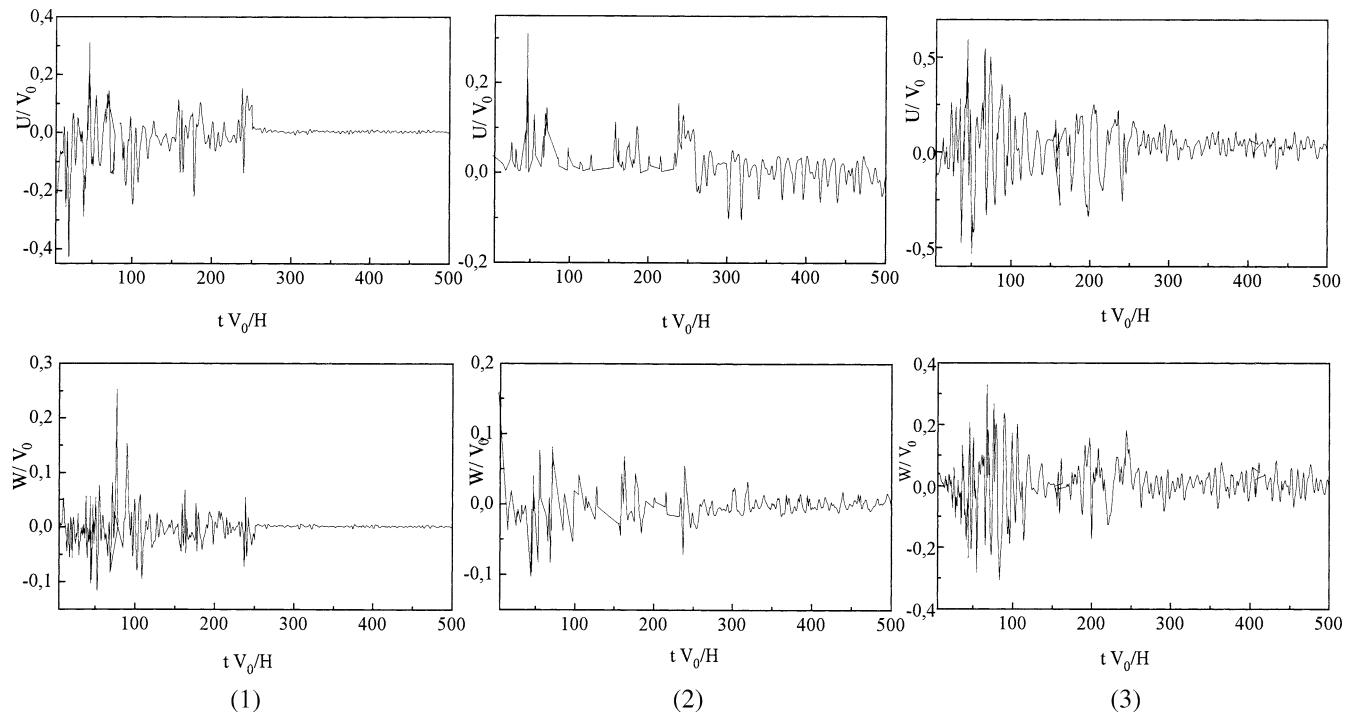


Fig. 13. L'évolution temporelle des vitesses longitudinale et transversale pour  $(x, z) = (0,151H, 0,121H)$ ,  $(x, z) = (0,242H, 0,333H)$  et  $(x, z) = (0,363H, 0,136H)$ .

Fig. 13. Temporal evolution of the longitudinal and transversal velocity for  $(x, z) = (0,151H, 0,121H)$ ,  $(x, z) = (0,242H, 0,333H)$  and  $(x, z) = (0,363H, 0,136H)$ .

La stabilité de la couche en terme de densité (Fig. 12), peut s'expliquer par un équilibre qui semble être établi entre l'effet barocline qui lui donne naissance, les forces de rappel de stratification qui bloquent son développement vertical et les contraintes de cisaillement.

Nous avons montré que la stratification stable imposée à l'écoulement turbulent autour d'un obstacle inhibe le développement des instabilités de Kelvin–Helmholtz et réduit l'activité turbulente de ces instabilités, donc minimise le processus de mélange turbulent. À l'inverse, l'instabilité de type barocline favorise le processus de mélange turbulent.

Des simulations numériques tridimensionnelles sont nécessaires pour améliorer ces résultats et vérifier la bidimensionnalité ou non du couple barocline.

## 5. Conclusion

L'étude dynamique relative à la formation des structures tourbillonnaires cohérentes a permis de déterminer l'allure de l'écoulement et de préciser ses principales caractéristiques : couche cisailée, recirculation et recollement.

Cette étude nous a permis de faire une description fine de la structure de l'écoulement autour d'un obstacle en présence d'une stratification thermique. En présence d'un gradient de température, l'écoulement en aval de l'obstacle est toujours instable. L'écoulement devient de plus en plus organisé lorsqu'on augmente l'intensité de la stratification thermique. On note aussi le blocage de la couche cisailée

par inhibition du processus d'appariements et la perte d'intensité des instabilités. Les instabilités de type barocline provenant des gradients horizontaux de température sont transportées par l'écoulement moyen sur une couche de mélange entre les couches chaude et froide. On observe la propagation des ondes de gravité sur cette couche.

Ces phénomènes sont comparables à ceux trouvés par Benoît [5,6] à partir du modèle L.E.S. basé sur le modèle de sous-maille type fonction de structure et par Silveira [1] par simulation numérique directe.

La stratification stable, imposée en amont de l'obstacle, permet le développement d'un écoulement tout à fait similaire à la couche de mélange libre stratifiée, observée par Koop et Browand [12]. Les mécanismes d'instabilités des couches de vorticité baroclines ont été mis en évidence par Staquet par simulation numérique directe sur la couche de mélange temporelle stratifiée [8,9].

## Abridged English version

### Numerical simulation of a stratified two-dimensional turbulent flow around an obstacle

Flows around obstacles are very complex nature [14]. The dynamics of these flows is mainly governed by the turbulent movements which involve a very large variety of spatial ladders. Most of the recent approach were based on the resolution of the mean quantity transport equations in

the time, which deals with models linked to the geometric configuration. These models are not valid for highly time dependent phenomena. Murakami et al. [15], based on results of experiments in bellows, have noted that the Large Eddy Simulation (L.E.S.) approach is more effective than the mean Reynolds temporal models, to simulate the turbulent flow around an obstacle.

In this paper, the L.E.S. approach is used to solve the Navier–Stokes equations for its principle benefit: simulating only the large scales of turbulence and taking into account the small scales by a mixed subgrid-scale model. In the other hand we have used the projection (fractional step) method for decoupling pressure from velocity and the finite volume method for discretizing these equations. The space discretization uses a second order upwind finite difference method by means of a QUICK scheme for the convective terms and a centred scheme for the diffusive ones. The calculations are performed on a  $66 \times 66$  uniform grid and a time step  $\Delta t = 5 \times 10^{-3}$  s. A non-slip condition is imposed at the solid boundaries. At the entry, a logarithmic velocity profile is used.

First, we study the dynamic of the flow field around an obstacle. We note that the formation of coherent structures provides information about the pace of the flow and specify its principal features (shear layer, recirculation and reattachment). The aim of this study is to understand the fundamental mechanisms which govern the flow. The obtained results are in good agreement with the experiments [25,26].

Second, we study the stratification effect on the structure of the flow around an obstacle. The stratification was considered by imposing a stable temperature step at the entry where 85% of the upper flow is heated. We have introduced a Richardson number  $Ri$  based on the maximal entry velocity ( $V_0$ ) and the height domain ( $H$ ). In presence of temperature discontinuity (stable stratification), the flow in downstream of the obstacle is unstable. Moreover, we note the presence of pairing process thin of Kelvin–Helmholtz instabilities. In fact, we have shown that forcing injected by recirculation fluctuations governs this instabilities development. We point out that with increasing stratification the vortex pairing is inhibited, as well as the shear layer growth, and the development of gravity waves. A particular interest has been reserved to the development of baroclinic instability. This important mechanism, coming from the horizontal density gradients, insures a homogenization of the temperature field and constitutes an additional part of the turbulent mixing process.

In conclusion, our calculations are in good agreement with the prediction of Staquet (1995), from a numerical simulation on the temporal mixture layer. More lately, Silveira [7] and Benoît [5,6] have put also this kind of instabilities from the numerical simulations of the downstream step. In fact, the stratification effect in the downstream of the obstacle is very similar to a stratified, free mixing layer, as described by Koop and Browand (1979).

## Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le cadre des Programmes Internationaux de Coopération Scientifique PICS, entre le CNRS et la DGRST et intitulé : «Modélisation du transport de polluants à l'échelle urbaine : application au cas de la ville de Bizerte (TUNISIE)».

## Références

- [1] N.A. Silveira, D. Grand, M. Lesieur, Simulation numérique bidimensionnelle d'un écoulement turbulent stratifié derrière une marche, *Internat. J. Heat. Mass Trans.* 34 (8) (1993) 1999–2011.
- [2] C.D. Tropea, P. Gackstatter, The flow over two dimensional surface mounted obstacles at low Reynolds number, *J. Fluids Engrg.* 107 (1985) 489–494.
- [3] T. Hanson, D.M. Summers, C.B. Wilson, A three dimensional simulation of wind flow around buildings, *Internat. J. Numer. Methods Fluids* 6 (1986) 113–127.
- [4] K.M. Kothari, J.A. Peterka, R.N. Meroney, Perturbation analysis and measurements of building wakes in a stably stratified turbulent boundary layer, *J. Wind Engrg. Indust. Aerodyn.* 25 (1986) 49–74.
- [5] F. Benoît, Simulation des Grandes Echelles d'écoulements turbulents stratifiés en densité, Thèse, Institut de Mécanique de Grenoble, 1994.
- [6] F. Benoît, M. Lesieur, F. Decayre, D. Grand, Large Eddy Simulations of stable stratification effects upon a backstep flow, *European J. Mech. B/ Fluids* 16 (5) (1997) 625–644.
- [7] N.A. Silveira, Simulation numérique des Grandes Echelles d'un écoulement turbulent décollé en aval d'une marche, Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1991.
- [8] C. Staquet, J. Riley, A Numerical Study of a Stably-Stratified Mixing Layer in Turbulence Shear Flows, Springer, Berlin, 1989, pp. 381–397.
- [9] C. Staquet, in: O. Metais, M. Lesieur (Eds.), *Influence of a Shear on a Stably Stratified Flow Turbulence and Coherent Structures*, Kluwer, Dordrecht, 1991.
- [10] Y.Q. Zhang, S.P. Arya, W.H. Snyder, A comparison of numerical and physical modeling of stable atmospheric flow and dispersion around a cubical building, *Atmospheric Environment* 30 (8) (1995) 1327–1345.
- [11] S.A. Thorpe, Experiments on instability and turbulence in a stratified shear flow, *J. Fluid Mech.* 61 (1973) 731–746.
- [12] C.G. Koop, F.K. Browand, Instability and turbulence in a stratified fluid with shear, *J. Fluid Mech.* 93 (1979) 135–159.
- [13] Y. Qin, S.C. Kot, Validation of computer modeling of vehicular exhaust dispersion near a tower Block, *Atmospheric Environment* (1990).
- [14] D. Laurence, J.D. Mattei, Current state of computational bluff body aerodynamics, *J. Wind Engrg. Indust. Aerodyn.* 49 (1993) 23–44.
- [15] S. Murakami, A. Mochida, Y. Hayachi, Scrutinizing  $k-\varepsilon$  EVM and ASM by means of LES and wind tunnel for flow field around cube, in: 8th Symp. Turb. Shear Flows, Munich, Germany, 1991.
- [16] A. Chorin, Numerical simulation of the Navier–Stokes equations, *J. Math. Comput.* 22 (1968) 745–762.
- [17] R. Temam, Une méthode d'approximation de la solution des équations de Navier–Stokes, *Bull. Soc. Math. France* 98 (1968) 115–152.
- [18] J. Smagorinsky, General circulation experiments with the primitive equations, I, The basic experiment, *Mon. Weather Rev.* 91 (1963) 99–165.
- [19] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, W.H. Cabot, A dynamic subgrid scale eddy viscosity model, *Phys. Fluids A* 3 (7) (1991) 1760–1765.
- [20] D.K. Lilly, A proposed modification of Germano subgrid scale closure method, *Phys. Fluids A* 4 (3) (1992) 633–635.
- [21] Y. Zang, R.L. Street, J.R. Koseff, A dynamic mixed subgrid scale model and its application to turbulent recirculating flows, *Phys. Fluids* 5 (1993) 3186.

- [22] F.M. Najjar, D.K. Tafti, Study of discrete test filters and finite difference approximations for the dynamic subgrid scale stress model, *Phys. Fluids* 8 (4) (1996) 1076–1088.
- [23] M. Manhard, H. Wengle, Spatio temporel decomposition of a fully inhomogeneous turbulent flow field, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics* 5 (1993) 223–242.
- [24] C.X. Zhang, Simulation numérique d'écoulements turbulents autour d'un obstacle, Thèse, Ecole Centrale de Nantes, 1991.
- [25] J.K. Eaton, J.P. Johnston, Turbulent flow reattachment: an experimental study of the flow and structure behind a backward-facing step, Stanford University Rep. MD-39, 1980.
- [26] J.K. Eaton, J.P. Johnston, A review of research on subsonic turbulent flow reattachment, *AIAA J.* 19 (9) (1981) 1093–1100.
- [27] J. Kim, J. Kline, J.P. Johnston, Investigation of separation and reattachment of a turbulent shear layer: flow over a backward-facing step, Report MD-37, thermosciences Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford, California, 1978.
- [28] M.V. Otugen, Expansion ratio effects on the separated shear layer and reattachment downstream of a backward-facing step, *Experiments in Fluids* 10 (1991) 273–280.
- [29] C. Staquet, Two dimensional secondary instabilities in a strongly stratified shear layer, *J. Fluid Mech.* 296 (1995) 73–126.
- [30] P.J. Castro, W.H. Snyder, G.L. Marsh, Stratified flow over three dimensional ridges, *J. Fluid Mech.* 135 (1983) 261–282.